

Das Problem des Monats

April 2023

Happyfunktion

4.6. Die $Happyfunktion\ h$ wird für positive ganze Zahlen n folgendermaßen definiert. Der Wert von h(n) ist die Summe der Quadrate der Ziffern von n. Beispiele dafür sind

$$h(21) = 2^2 + 1^2 = 5$$
, $h(503) = 5^2 + 0^2 + 3^2 = 34$ und $h(1000) = 1^2 + 0^2 + 0^2 + 0^2 = 1$.

Man kann die Happyfunktion auf eine Zahl mehrmals hintereinander anwenden, und bekommt so eine Folge von Zahlen. Ein Beispiel dafür ist

$$26 \to h(26) = 2^2 + 6^2 = 40 \to h(40) = 4^2 + 0^2 = 16 \to h(16) = 1^2 + 6^2 = 37 \to \dots$$

Führt eine derartige Folge irgendwann zur Zahl 1 (so wie z.B. für die Zahl 1000), so ändert sich der Wert nie mehr, da $h(1) = 1^2 = 1$ gilt. Man bezeichnet eine Zahl, die irgendwann bei wiederholter Anwendung der Happyfunktion zur Zahl 1 führt als Happy Number (= fröhliche Zahl). Die Zahl 1 ist nicht die einzige einstellige Happy Number. Bestimme die andere.